

管道内流动力学修正耗散模型

徐彬彬, 王 学, 巫朝君, 曾维平, 颜 来, 兰 宇, 朱任宇
(中国空气动力研究与发展中心 低速空气动力研究所, 四川 绵阳 621000)

摘 要: 基于二维流体动力学方程组, 根据管道内流动力学相关特性以及管道输入端流场边界条件, 提出了修正耗散模型。相对于耗散模型, 修正耗散模型考虑了管道输入端流场的影响, 能够更精确地描述风洞试验中管道效应对动态压力测量的影响。FL-14 风洞动态压力试验也表明: 管道间接测量的动态压力结果经过修正耗散模型进行修正后, 能够大幅度减少管道效应所带来的误差。在一定试验条件下, 耗散模型修正结果的相对误差高达 53.4%, 而修正耗散模型修正结果的相对误差只有 6.6%。

关 键 词: 风洞试验; 流体动力学; 动态压力; 管道效应; 修正耗散模型

中图分类号: V216.1⁺1 **文献标志码:** A

Improved dissipative model of hydrodynamic in tube

XU Binbin, WANG Xue, WU Chaojun, ZENG Weiping,
YAN Lai, LAN Yu, ZHU Renyu
(Low Speed Aerodynamics Institute,
China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang Sichuan 621000, China)

Abstract: Based on the two-dimensional hydrodynamics equations and the real flow boundary condition at the inlet of tube, an improved dissipative model was proposed. Compared with the dissipative model, the improved one taking the speed of flow field into account can describe the effect of tube on measuring dynamic pressure more accurately in wind tunnel test. The experiments in FL-14 wind tunnel also indicated that the improved dissipative model can dramatically reduce the measuring error compared with the dissipative model. The relative error of 53.4% resulting from the correction via dissipative model decreased to 6.6% via the improved dissipative model at certain experimental conditions.

Key words: wind tunnel test; hydrodynamics; fluctuation pressure; effect of tube; improved dissipative model;

动态压力测量是风洞试验中的一项重要内容,其测量准确性直接关系到试验结果的精确性和可靠性。一般情况下,动态压力测量时,动态压力传感器的感应面直接置于流场中。但在某些特殊情况下,比如动态测压点在飞行器舵面、舱门等较薄构件上,这时动态压力传感器无法直接安装在模型表面,需要在测压点和动态压力传感器之间通过管道连接。管道两端的稳态压力相等,但

收稿日期:2020-04-03
基金项目:中国空气动力研究与发展中心风雷青年创新基金(PJD20190236)
作者简介:徐彬彬(1988—),男,助理研究员,博士,主要从事风洞试验技术研究。
通信作者:王学(1980—),男,高级工程师,博士,主要从事低速风洞试验技术研究。E-mail:15082194955@163.com
引用格式:徐彬彬,王学,巫朝君,等. 管道内流动力学修正耗散模型[J]. 航空动力学报,2021,36(1):78-87. XU Binbin, WANG Xue, WU Chaojun, et al. Improved dissipative model of hydrodynamic in tube[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(1):78-87.

动态压力不一致。这种由管道导致的输入端和输出端动态压力发生变化的现象叫做管道效应。管道效应的产生主要有三个原因:首先,动态压力是以压力波的形式进行传播,由于波动方程是非线性的,因此波形在传播过程中会发生变化;其次,流体之间以及流体与管壁之间的黏性和热传导等耗散作用也会使压力波在传播过程中改变波形;另外,管道内流体本身存在一定的频率,当动态压力频率和管道内流体频率一致时,会产生共振现象,导致动态压力脉动幅值在某些频率范围内发生改变。这些原因都会使动态压力传感器测量得到的动态压力信号与测压孔处的实际动态压力信号不一致,给动态测压试验结果带来较大误差。

国外对动态压力在管道内的传播机理做了大量研究。Bergh 和 Tijdeman 基于流体动力学微分方程,并根据流体管道的传输特性推导了管道系统频响函数的理论公式^[1](频响函数是测压管道压力信号输出端和输入端在频域上的比值,动态压力信号的畸变程度可以通过频响函数进行衡量);Irwin 等在测压管道中使用限制器的方法改善了测压管路系统的频响函数^[2];Tijdeman 和 Bergh 在风洞试验中发现来流风速对模型表面测量动态压力的管道效应有很大影响,Bergh-Tijdeman 公式在风速 $Ma > 0.1$ 时存在一定误差^[3]。Gumley 在风工程测压试验中使用 Bergh-Tijdeman 理论对管道效应进行了分析,并提出了修正方法^[4-5];Holmes 等利用 Bergh-Tijdeman 理论对测压管道系统进行了优化^[6-8];Gerstoft 等将电路模拟理论运用于风洞管路测压系统,取代了对流体动力方程直接求解的方法^[9]。Yoshida 等通过试验研究了管道弯曲,弯曲位置以及弯曲截面面积对管道效应的影响^[10-11]。

国内也有部分学者对管道效应的影响进行了研究。苏而皇^[12]以及蔡亦钢^[13]对管道动态分析进行了研究,基于电路传输理论提出了流体管道的耗散模型,并用矩阵传递关系来表达管路输入与输出端的压力及流量关系,较递归式的 Bergh-Tijdeman 方程,矩阵式的耗散模型运用起来更加方便。另外,谢壮宁等对脉动风压测压管路系统的动态特性进行了分析,并开发了相关分析程序^[14-15];周恒毅等基于耗散模型对单通道测压管路系统进行了优化^[16];马文勇等使用耗散模型以及试验方法对测压管路信号的畸变及修正进行了研究^[17];王学等通过试验手段系统地研究了导压管长度、内径、材质以及弯曲度等因素对动态压力

测量的影响并提出了低速风洞试验中管道效应的修正方法^[18]。

国内外虽然对模型表面动态测压的管道效应已有部分研究,但国外的研究所得到的 Bergh-Tijdeman 递推公式非常复杂,使用起来比较繁琐。而国内的研究主要依托于管道内流耗散模型,在模型表面来流速度较小时,耗散模型可以较准确的预测管道效应导致的动态压力振幅和相位的变化,但在模型表面来流速度较大时,耗散模型存在较大误差,因此耗散模型需要进一步修正和发展。

本文根据动态压力在管道内的传播特性,对二维柱坐标流体动力学方程组进行简化,通过拉普拉斯变换进行解析求解,得到管道动态压力输入端和输出端之间的关系,复现了管道内流耗散模型的推导过程,并考虑管道输入端流场的实际边界条件,对耗散模型进行了修正,提出了修正耗散模型。修正耗散模型考虑了管道输入端流场的影响,能够更精确地描述风洞试验中导压管道对动态压力测量的影响。中国空气研究与发展中心 FL-14 风洞的试验表明:通过管道间接测量动态压力情况下,修正耗散模型修正后的动态压力结果要比耗散模型修正后的结果更精确。

1 理论建模

1.1 耗散模型

如图 1 所示,测压点 A 和传感器感受端面 B 之间通过管道连接,动态压力在细长管道内进行传播,可以假设以下条件成立:①管道内流体只进行层流运动,动态压力的脉动幅值相对于平均值是小量;②流体在管道内的流动是周向对称的,周向速度 $u_\theta = 0$;③管道内径尺寸远远小于动态压力的扰动波长,轴向热传导相对于径向热传导可以忽略不计;④压力在同一截面内均匀分布,即截面内没有流动;⑤管道内壁不发生变形,管道可以看作刚体。图中 V_0 为模型表面来流风速。

根据动态压力在管道内传播的假设条件,考

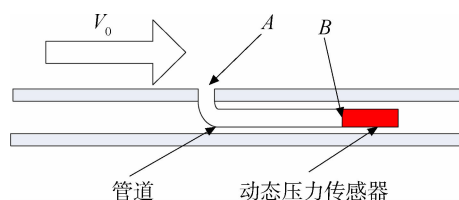


图 1 使用导压管道测量动态压力示意图

Fig. 1 Sketch of measuring fluctuation pressure via a tube

考虑黏性耗散以及热传导的流体动力学方程在二维柱坐标下可以简化为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) \right] \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} = -p \cdot \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\kappa}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \Phi \quad (3)$$

式中 r 为径向半径自变量, x 为轴向自变量, t 为时间自变量, ρ 为流体密度, u_x 为流体的轴向速度, p 为压力, e 为比内能, T 为温度, Φ 为黏性导致的能量耗散项, ν 为运动黏度, κ 为导热系数。

把动量方程(2)整理并进行拉普拉斯变换可以得到

$$\frac{\partial^2 U_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U_x}{\partial r} - \frac{s}{\nu} \left(U_x + \frac{1}{\rho s} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0 \quad (4)$$

式中 s 为拉普拉斯算子, U_x 和 P 分别为轴向速度与压力的拉普拉斯变换量。式(4)经过变量替换可以转换为贝塞尔方程, 再进行求解可以得到

$$U_x = C_1 J_0 \left(ir \sqrt{\frac{s}{\nu}} \right) + C_2 Y_0 \left(ir \sqrt{\frac{s}{\nu}} \right) - \frac{1}{\rho_0 s} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \quad (5)$$

式中 J_0 和 Y_0 分别表示 0 阶贝塞尔函数和 0 阶诺依曼函数, 满足性质: $J_0(0) = 1, Y_0(0) = -\infty$; i 为虚数符号。轴向速度在 $r=0$ 时为常数, 因此 $C_2=0$; 而在 $r=r_0$ 时 (r_0 为管道内半径), 轴向速度为 0 m/s, 因此可以得到 $C_1 = \frac{1}{\rho_0 s} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} / J_0 \cdot$

$\left(ir_0 \sqrt{\frac{s}{\nu}} \right)$, 通过边界条件可以得到

$$U_x = -\frac{1}{\rho_0 s} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \left[1 - J_0 \left(ir \sqrt{\frac{s}{\nu}} \right) / J_0 \left(ir_0 \sqrt{\frac{s}{\nu}} \right) \right] \quad (6)$$

在管道截面上对式(6)进行积分, 可以得到体积流量拉普拉斯变化量 $Q = 2\pi \int_0^{r_0} U_x r dr$, 则式(6)可以表示为 Q 和 P 的关系式

$$Q = -\frac{\pi r_0^2}{\rho_0 s} \left[1 - 2J_1 \left(ir \sqrt{\frac{s}{\nu}} \right) / \left(ir_0 \sqrt{\frac{s}{\nu}} J_0 \left(ir_0 \sqrt{\frac{s}{\nu}} \right) \right) \right] \frac{\partial P}{\partial x} \quad (7)$$

式(7)中 P 和 Q 都是未知量, 要求解式(7)必须另外构建一个关于 P 和 Q 的关系式。

式(3)中的比内能 e 使用温度表示为 $de =$

$c_V dT$ (c_V 为比定容热容), $\frac{\partial u_x}{\partial x}$ 使用连续方程(1)代替, 能量方程(3)可以表示为

$$c_V \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{p_0}{\rho_0} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\kappa}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \Phi \quad (8)$$

能量方程中的耗散项 Φ 可以忽略, 把多方气体状态方程 $\frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{p_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{T_0} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$ 与 $p_0 = c_V T_0$ ($\gamma-1$) ρ_0 代入式(8)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{Pr}{\nu} \left(\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{T_0}{p_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \right) = 0 \quad (9)$$

式(9)中 $Pr = \mu c_p / \kappa = \nu \rho \gamma c_V / \kappa$, Pr 为普朗特数, c_p 为比定压热容, γ 为比热比。对式(9)进行拉普拉斯变化可以得到

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T^*}{\partial r} - \frac{Prs}{\nu} \left(T^* - \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{T_0}{p_0} P \right) = 0 \quad (10)$$

T^* 和 P 分别为温度和压力的拉普拉斯变换量。式(10)通过变量替换可以转化为贝塞尔方程, 进行求解得到

$$T^* = C_1 J_0 \left(ir \sqrt{\frac{Prs}{\nu}} \right) + C_2 Y_0 \left(ir \sqrt{\frac{Prs}{\nu}} \right) + \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{T_0}{p_0} P \quad (11)$$

在管道截面中心处温度梯度为 0, 即在 $r=0$ 处, $\frac{\partial T^*}{\partial r} = 0$; 管道可以认为处于等温条件, 在管道内壁处温度的扰动量为 0, 即在 $r=r_0$ 处, T^* 为 0。通过以上边界条件可以得到积分系数 $C_2=0$, $C_1 = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{T_0}{p_0} P / J_0 \left(ir_0 \sqrt{\frac{Prs}{\nu}} \right)$, T^* 可以表示为

$$T^* = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{T_0}{p_0} P \left[1 - J_0 \left(ir \sqrt{\frac{Prs}{\nu}} \right) / J_0 \left(ir_0 \sqrt{\frac{Prs}{\nu}} \right) \right] \quad (12)$$

管道截面的平均温度可以表示为 $T_a = \frac{2\pi \int_0^{r_0} T^* r dr}{2\pi \int_0^{r_0} r dr}$ (利用贝塞尔函数关系

$\frac{d}{dx} [x^m J_m(x)] = x^m J_{m-1}(x)$, m 为整数) 可以得到

$$T_a^* = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{T_0}{p_0} P \left[1 - \frac{2J_1\left(ir\sqrt{\frac{Prs}{\nu}}\right)}{ir_0\sqrt{\frac{Prs}{\nu}}J_0\left(ir_0\sqrt{\frac{Prs}{\nu}}\right)} \right] \quad (13)$$

管道内截面流量的空间导数为

$$\frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^{r_0} ru_x dr \right) \quad (14)$$

u_x 使用连续性方程式(1)替代,再通过状态方程

$\frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{p_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{T_0} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$ 消去密度项,可以进一步得到

$$\frac{\partial q}{\partial x} = -\frac{\pi r_0^2}{p_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\pi r_0^2}{T_0} \cdot \frac{\partial T_a}{\partial t} \quad (15)$$

对式(15)进行拉普拉斯变换可以得到

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = -s \frac{\pi r_0^2}{p_0} P + s \frac{\pi r_0^2}{T_0} T_a^* \quad (16)$$

T_a^* 使用式(13)进行替换,可以得到另一个 Q 和 P 的关系式

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = -s \frac{\pi r_0^2}{p_0 \gamma} \cdot$$

$$\left[1 + 2(\gamma-1) \cdot \frac{J_1\left(ir_0\sqrt{\frac{Prs}{\nu}}\right)}{ir_0\sqrt{\frac{Prs}{\nu}}J_0\left(ir_0\sqrt{\frac{Prs}{\nu}}\right)} \right] P \quad (17)$$

联立式(7)和式(17)可以得到关于 Q 和 P 的微分方程组

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial x} = -Z(s)P \\ \frac{\partial P}{\partial x} = -Y(s)Q \end{cases} \quad (18)$$

其中 $Y(s)$ 和 $Z(s)$ 分别表示为

$$\begin{cases} Y(s) = s \frac{\pi r_0^2}{p_0 \gamma} \cdot \left[1 + 2(\gamma-1) \frac{J_1\left(ir_0\sqrt{\frac{Prs}{\nu}}\right)}{ir_0\sqrt{\frac{Prs}{\nu}}J_0\left(ir_0\sqrt{\frac{Prs}{\nu}}\right)} \right] \\ Z(s) = \frac{\rho_0 s}{\pi r_0^2} \left[1 - \frac{2J_1\left(ir_0\sqrt{\frac{s}{\nu}}\right)}{ir_0\sqrt{\frac{s}{\nu}}J_0\left(ir_0\sqrt{\frac{s}{\nu}}\right)} \right]^{-1} \end{cases} \quad (19)$$

求解式(18)可以得到

$$\begin{cases} P = C_1 e^{\sqrt{ZY}x} + C_2 e^{-\sqrt{ZY}x} \\ Q = \sqrt{\frac{Z}{Y}} (C_1 e^{\sqrt{ZY}x} - C_2 e^{-\sqrt{ZY}x}) \end{cases} \quad (20)$$

式(20)中, C_1 与 C_2 为积分常数,可以通过边界条件进行确定。拉普拉斯变换算子 s 如果使用 $i\omega$ 表示,即 $s=i\omega$ (ω 为傅里叶变换中的圆频率),则拉普拉斯变换等价于傅里叶变换,则拉普拉斯变量 P 和 Q 表示频率为 $f=\omega/2\pi$ 时的脉动幅值。

在导压管道入口处(图 1 中 A 处) $x=0$, 动态压力和动态流量的脉动幅值分别为 $P=P_A$ 、 $Q=Q_A$; 而在 B 处,也就是管道输出端 $x=l_0$ 时,动态压力和动态流量动态幅值分别为 $P=P_B$ 、 $Q=Q_B$,则求解式(20)可以得到

$$\begin{bmatrix} P_A(\omega) \\ Q_A(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ch}\Gamma(\omega) & -Z_0(\omega)\text{sh}\Gamma(\omega) \\ -\frac{\text{sh}\Gamma(\omega)}{Z_0(\omega)} & \text{ch}\Gamma(\omega) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_B(\omega) \\ Q_B(\omega) \end{bmatrix} \quad (21)$$

式(21)中 $\Gamma(\omega)$ 为 $l_0 \sqrt{Y(\omega) \cdot Z(\omega)}$, $Z_0(\omega)$ 为 $\sqrt{Z(\omega)/Y(\omega)}$, 式(21)中管道输入端与输出端压力以及流量之间的关系就是耗散模型。本文通过二维柱坐标所得到的耗散模型与文献[13]中通过电路传输理论所得到的耗散模型完全一致。

如果在管道输出端 B 处装有动态压力传感器,则其流量 Q_B 为 0,代入式(21)可以得到管道入口端 A 处的动态压力与 B 处传感器测量得到动态压力在频域上的关系,也就是频响函数

$$H(\omega) = \frac{P_B(\omega)}{P_A(\omega)} = \frac{1}{\text{ch}\Gamma(\omega)} \quad (22)$$

带有管道测量得到的动态压力时域值 $P_B(t)$ 经过傅里叶变换到频域 $P_B(\omega)$,再通过耗散模型也就是式(22)进行修正得到修正后的频域值 $P_A(\omega)$,最后通过傅里叶逆变换可以得到修正后的动态压力时域值 $P_A(t)$ 。

1.2 修正耗散模型

耗散模型的使用有一定的局限性;在模型表面也就是导压管道输入端流速较小时,耗散模型比较精确,许多研究结果对此进行了验证^[14-18]。但在测量管道外面存在一定流速时,耗散模型会带来一定误差。

如图 2 所示,速度为 V_0 的来流在流经模型表面时,设来流本身的动态压力为 p_i ,在动态压力传感器感受端面 and 模型表面平齐情况下,传感器测量得到的动态压力 p_i 。如果模型表面存在导压管道,则来流经过管道孔口后,流线会发生弯曲,导致管孔内部流体的动态压力发生改变。管道孔口处流体的动态压力的改变量并不是恒定

的,而是随着位置变化的,因此不妨设孔口处流体压力为 $p'_i = p_i + \Delta p_i f(\theta, x, r)$, 则管道内壁上动态压力改变量为 $\Delta p_i f(\theta, x, r_0)$, θ 为管孔径向角度, $f(\theta, x, r)$ 为孔口处流体压力改变量的分布函数,此分布函数为无量纲数,只与孔口附近压力点位置相关, Δp_i 表示管道孔口处流体压力均值与外流动态压力之差。

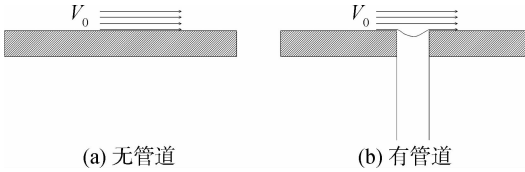


图2 模型表面存在切向流速时的流线图

Fig. 2 Streamlines on surface of model tube

如图3所示,在模型表面管道孔口处取半径为 r_0 , 长度为 dx 的柱状流体微元作为分析对象, r_0 为管道内径, 长度 dx 可以表示为 $dx = U_0 dt$, U_0 为孔口处管道轴向平均速度, dt 为时间微元;所取的柱状流体微元与流体进出孔口的速度 U_0 相关, 如果 U_0 大于0, 也就是流体从外流进入管道内, 则柱状流体微元位于孔口外侧; 如果 U_0 小于0, 也就是流体从管道外进入外流, 则柱状流体微元位于孔口内侧。在模型表面切向方向, 柱形流体微元使用积分形式的动量方程可以得到

$$\iiint_V \rho \frac{\partial v}{\partial t} dV = -\Delta p_i \iint_S f(x, \theta, r_0) dS \quad (23)$$

式(23)中 v 表示柱状流体微元中质点平行于模型表面来流 V_0 方向的速度。 V 表示圆柱流体微元的体积, S 表示圆柱微元柱面面积。 Δp_i 是孔内平均压力减去外流压力, 方向是轴向向外。

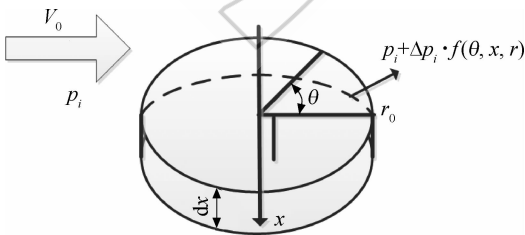


图3 孔口处流体分析示意图

Fig. 3 Sketch of fluid in the input of tube

由于动态压力相对于平均压力是小量, 因此流体密度可以近似为 ρ_0 , 则柱状流体微元的体积可以近似表示为: $\pi r_0^2 \rho_0 V_0 dt$ 。在来流方向上, 如果管道内压力小于管道外压力, 也就是 $U_0 > 0$, 则柱形流体由管道外进入管道内, 由于管壁的约束作用, 流体切向速度由 V_0 减少到0; 如果管道内压力大于管道外压力, 也就是 $U_0 < 0$, 流体由管道内进入管道外, 在外流作用下, 切向速度由0变成 V_0 。无论柱状流体由管道外进入管道内, 还是由管道内进入管道外, 切向流体速度的改变量为 V_0 。柱状流体微元动量的改变量的方向决定于管道轴向流速 U_0 , 与孔口内外压力差 Δp_i 方向相反。因此式(23)左侧切向流体速度对时间的微分项 $\frac{\partial v}{\partial t}$ 使用差分进行近似, 式(23)左侧可以近似表

示为 $\iiint_V \rho \frac{\partial v}{\partial t} dV \approx -\pi r_0^2 \rho_0 U_0 V_0$, 代入式(23)可以得到 Δp_i 的关系式

$$\Delta p_i = \frac{\pi r_0^2 \rho_0 U_0 V_0}{\iint_S f(\theta, x, r_0) dS} \quad (24)$$

在孔口处(也就是 $x = 0$ 处), 动态压力均值

可以表示为 $p'_i = p_i + \frac{\Delta p_i \iint_{S_A} f(\theta, 0, r) dS}{\pi r_0^2}$, S_A 表示孔口 A 处的截面面积。动态压力改变量 Δp_i 使用式(24)代替, U_0 使用式(6)求管道截面平均得到 $U_0 = Q_A / \pi r_0^2$ 。引入一个需要标定的无量纲参

数 $a = \frac{\iint_{S_A} f(\theta, 0, r) dS}{\iint_S f(\theta, x, r_0) dS}$, 可以得到 $x = 0$ 处的边界条件为

$$\begin{cases} P = P_A + a \rho_0 \frac{Q_A}{\pi r_0^2} V_0 \\ Q = Q_A \end{cases} \quad (25)$$

式(25)中的参数 a 取决于孔口附近流体的压力分布。 a 的具体数值难以直接通过理论得到, 不过由于其取决于孔口的压力分布, 可能与来流速度以及管道孔口处的尺寸相关, 具体数值需要通过试验进行标定。式(25)为 $x = 0$ 处的边界条件, 再结合 $x = l_0$ 处的边界条件: $P = P_B, Q = Q_B$, 式(18)可以求解得到

$$\begin{bmatrix} P_A(\omega) \\ Q_A(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ch} \Gamma(\omega) + \frac{a \rho_0 V_0}{\pi r^2} \cdot \frac{\text{sh} \Gamma(\omega)}{Z_0(\omega)} - \frac{a \rho_0 V_0}{\pi r^2} \text{ch} \Gamma(\omega) - Z_0(\omega) \text{sh} \Gamma(\omega) \\ -\frac{\text{sh} \Gamma(\omega)}{Z_0(\omega)} \text{ch} \Gamma(\omega) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_B(\omega) \\ Q_B(\omega) \end{bmatrix} \quad (26)$$

式(26)就是修正耗散模型,通过式(26)可以求解得到模型表面来流为 V_0 时,管道输入端和管道输出端动态压力在频域上的关系。如果在 B 处装有动态压力传感器, B 处的流量 Q_B 为 0。通过式(26)可以得到导压管输入端与实测点之间动态压力的关系,即频响函数

$$H(\omega) = \frac{P_B(\omega)}{P_A(\omega)} = \left[\text{ch}\Gamma(\omega) + \frac{aV_0\rho_0}{\pi r_0^2} \cdot \frac{\text{sh}\Gamma(\omega)}{Z_0} \right]^{-1} \quad (27)$$

比较耗散模型式(22)和本文所提出的修正耗散模型式(27)可以看出,在形式上修正耗散模型仅仅比耗散模型多了一项修正项,在模型表面流速为零时修正项为零,修正耗散模型等价于耗散模型。

2 数值仿真分析和试验结果验证

2.1 数值仿真分析

在风洞试验中的某些特殊情况下,模型表面的动态压力难以通过动态压力传感器直接测量,而需要通过导压管道进行间接测量,这时测量得到的结果需要修正。在待测点流速较大时,使用耗散模型进行修正可能带来较大误差。下面以标准大气压的空气为例,探讨耗散模型和修正耗散模型之间的差别。空气温度为 288.15 K,密度为 1.28 kg/m^3 , ν_0 为 $1.42 \text{ Pa} \cdot \text{s}$,比热比 γ 取 1.4,普朗特数为 0.704。修正耗散模型中的系数 a 需要通过试验进行标定,根据文献试验结果^[3]在风速为 $Ma=0\sim 0.8$ 范围内参数 a 值为 0.7~0.9,不妨设参数 a 的值为 0.8,来流总压为 101325 Pa。

图 4 给出了管道内半径为 0.25 mm,长度(l_0)分别为 50、100、150、200 mm 时,耗散模型和修正耗散模型在不同流速下的频响函数幅值。如图 4(a)所示,管道长度为 50 mm 时,在频率 0~1000 Hz 范围内,耗散模型($Ma=0$)和修正耗散模型计算得到频响函数幅值都随频率的增大而增加。而在管道较长时,频响函数幅值会在某个频率出现峰值。而且随着导压管道长度的增加,峰值所对应的频率随着导压管长度的增加而减小。由图 4 可见,耗散模型频响函数幅值会在某些频域内大于修正耗散模型,而且随着流速的增大,两者之间的差别越大,在峰值所对应的频域范围内更为明显。

图 5 给出了管道长度为 100 mm,管道内半径(r_0)分别为 0.25、0.5、0.75、1.0 mm 时,耗散模型和修正耗散模型在不同流速下频响函数幅值。如图 5(b)所示,管道内半径为 0.5 mm 时,耗散模型

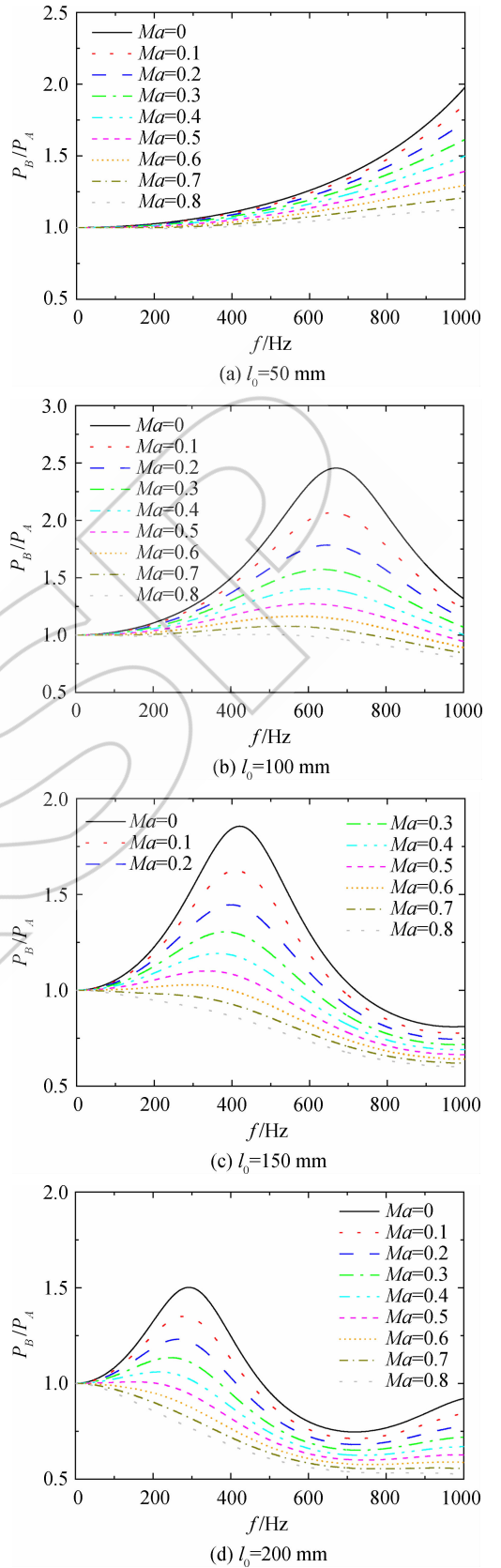


图 4 不同流速和管道长度 l_0 下修正耗散模型频率响应函数幅值

Fig. 4 Amplitudes of the frequency response functions for different flow speeds and different lengths (l_0) of tubes

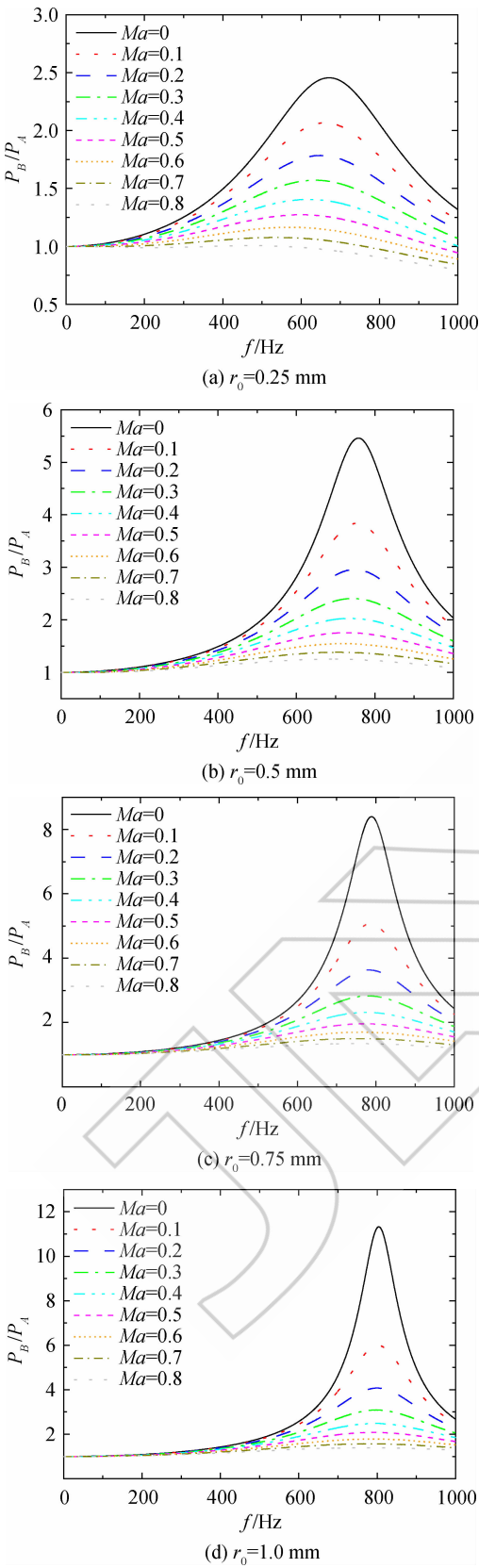


图 5 不同流速和管道内半径 r_0 下,修正耗散模型
频率响应函数幅值
Fig. 5 Amplitudes of the frequency response functions
for different flow speeds and different inner
half diameters (r_0) of tubes

和修正耗散模型计算得到的脉动幅值放大倍数在 $f=750\text{ Hz}$ 处存在峰值。随着导压管道内径的增加,峰值所对应的频率略有增加;在相同来流速度情况下,峰值大小随着管道内径的增加而增大。比较耗散模型和修正耗散模型发现,耗散模型的峰值大于修正耗散模型的峰值,随着流速的增加,两者之间的差别也越大。

由图 4 和图 5 可见,耗散模型和修正耗散模型的峰值存在较大差别,修正耗散模型的峰值随着流速的增加而减小。如前文所述,管道输入端和输出端动态压力发生改变主要由三种因素导致。①压力波传播的波动方程为非线性方程,在管道并不是很长,而且脉动幅值相对平均值并不是很大的情况下,波动方程非线性带来的波形变化较小。②动态压力在管道内发生共振,导致动态压力脉动量在管道固有频率附近被放大,图 4 和图 5 中的峰值就是由于管道内流体固有频率和动态压力发生共振导致的,共振效应是影响动态压力脉动幅值发生变化的主要原因;共振频率 ω_k 和管道长度 l_0 大体上呈反比: $\omega_k \sim (1/2+k)c_0/l_0$ (c_0 为声速, $k=1,2,3,\dots$ 为整数),所以随着管道长度的增加,峰值所对应的频率减小;而且在管道较长、频域范围较大时,会出现多个峰值。③管道内黏性和热传导等耗散阻尼导致脉动幅值减小;耗散与动态压力的频率、管道长度以及管道内径相关,动态压力的频率越大、管道越长、管道内径越小,耗散越明显。

从耗散模型结果和修正耗散模型结果对比中,发现两者的共振频率基本一致;主要区别在于共振频率临域内耗散模型对动态压力的放大倍数大于修正耗散模型。模型表面来流会带动导压管内部分流体运动,从而导致输入端动态压力发生变化,变化后的动态压力经过导压管后会再一次发生改变。因此在使用导压管道测量动态压力时,动态压力实际上经过了两次改变。耗散模型只考虑了导压管道所带来的改变,而修正耗散模型不仅考虑了管道效应还考虑到了输入端外流流速的影响。因此相对耗散模型,修正耗散模型在描述导压管道对动态压力测量影响更加精确。

2.2 试验结果验证

在中国空气动力研究与发展中心 FL-14 风洞某次进气道试验中,进气道内壁某个测压点分别使用导压管道和不使用管道对动态压力进行了测量。所使用的导压管道长度为 70 mm ,管道内径为 1.6 mm 。动态压力传感器使用的是 Kulite

公司的 XCQ-062 绝压传感器,量程为 207 000 Pa,试验采集频率为 10 000 Hz。

图 6 给出了相同试验条件下,测压点的来流速度为 145 m/s 时,直接测量和使用管道间接测量时所得到的动态压力脉动幅值(Δp)在频域上的结果。由图 6 可见,使用管道间接测量时,脉动幅值在频域 500~1 600 Hz 和 3 000~4 000 Hz 范围内被放大。根据前面理论分析,使用管道后,在共振频率周围,动态压力会被放大。由于采集频率较大(10 000 Hz),70 mm 长管道内会存在两个放大的频段。如果在风洞试验中,使用管道间接测量动态压力,测量得到的动态压力值的准确度难以保证。因此如果使用管道进行测量,所得到的动态压力需要进行修正。

图 6 也给出了使用耗散模型和修正耗散模型对带管道测量数据修正后的结果。在频域 500~1 600 Hz 和 3 000~4 000 Hz 范围内,耗散模型修正后的脉动幅值比无管道下直接测量试验结果要小,而修正耗散模型修正后的结果和无管道测量结果差别非常小;其中在 1 000 Hz 处,以无管道测量结果作为精确值,对耗散模型进行修正后,相对误差由 53.4%提高到 6.6%。说明修正耗散模型

能更精确地修正管道对动态压力测量的影响。风洞试验中,如果管道间接测量试验结果通过耗散模型进行修正,在共振频率邻域内,动态压力脉动幅值要小于真实值,以耗散模型修正结果作为依据进行结构设计,会存在一定的安全风险。

图 7 给出了模型表面测量点速度分别为 123、168、195 m/s 和 208 m/s 时,耗散模型和修正耗散模型对管道间接测量数据修正后的结果。在共振频率邻域内,不同的来流速度条件下,耗散模型修正结果比无管道直接测量结果要小,随着来流速度的增加,耗散模型修正结果和直接测量结果之间的差异增大;而修正耗散模型的修正结果更接近于直接测量结果。说明在一定来流速度条件下,修正耗散模型能更精确地描述管道对动态压力测量的影响。由于修正耗散模型中有一个待定参数 α ,其与管道孔口内径以及来流速度相关(α 值与速度以及内径可能并不是简单的线性关系)。本研究的下一步工作,是在中国空气动力研究与发展中心低速所 TPS(turbofan power simulator)校准箱^[19-20]设计系列试验,在不同管道尺寸下以及不同来流速度条件下对式(27)进行拟合,实现对 α 值的标定。式(27)经过试验标定后,

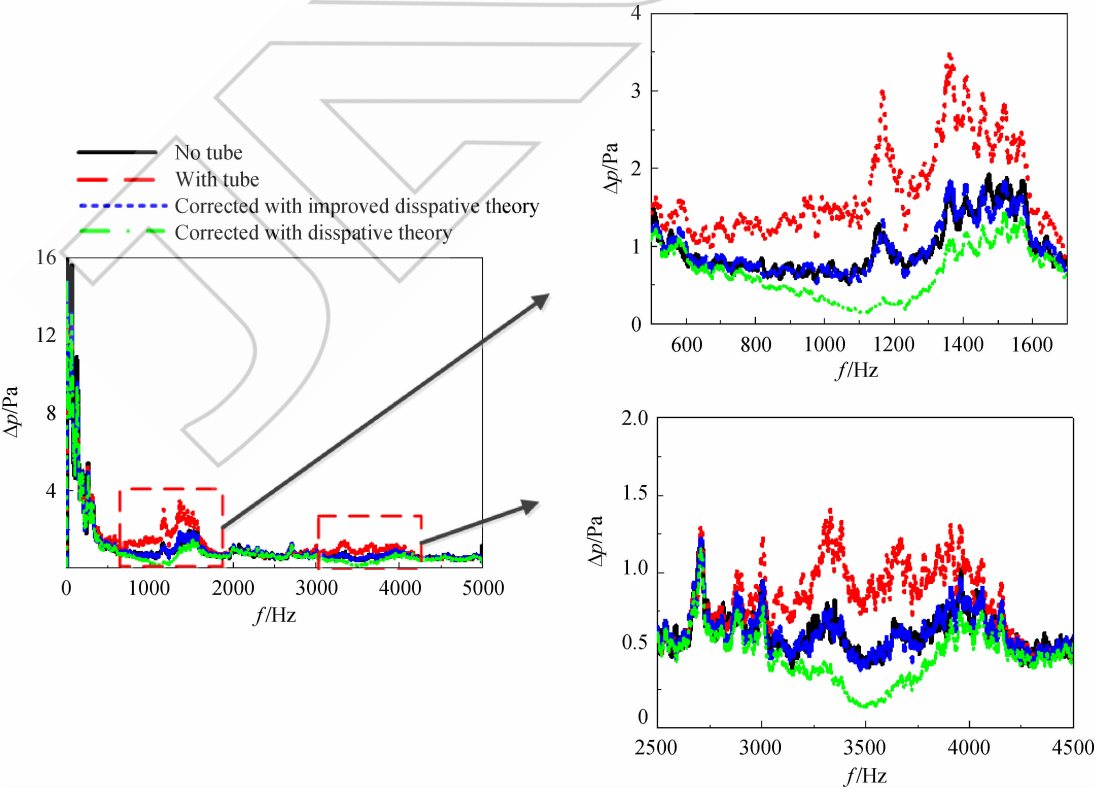


图 6 无管道和带管道测量结果以及带管道结果修正后的脉动压力脉动幅值
Fig. 6 Amplitude of fluctuation pressure for the measuring with tube and without tube, and the results corrected by dissipative theory and the improved dissipative theory

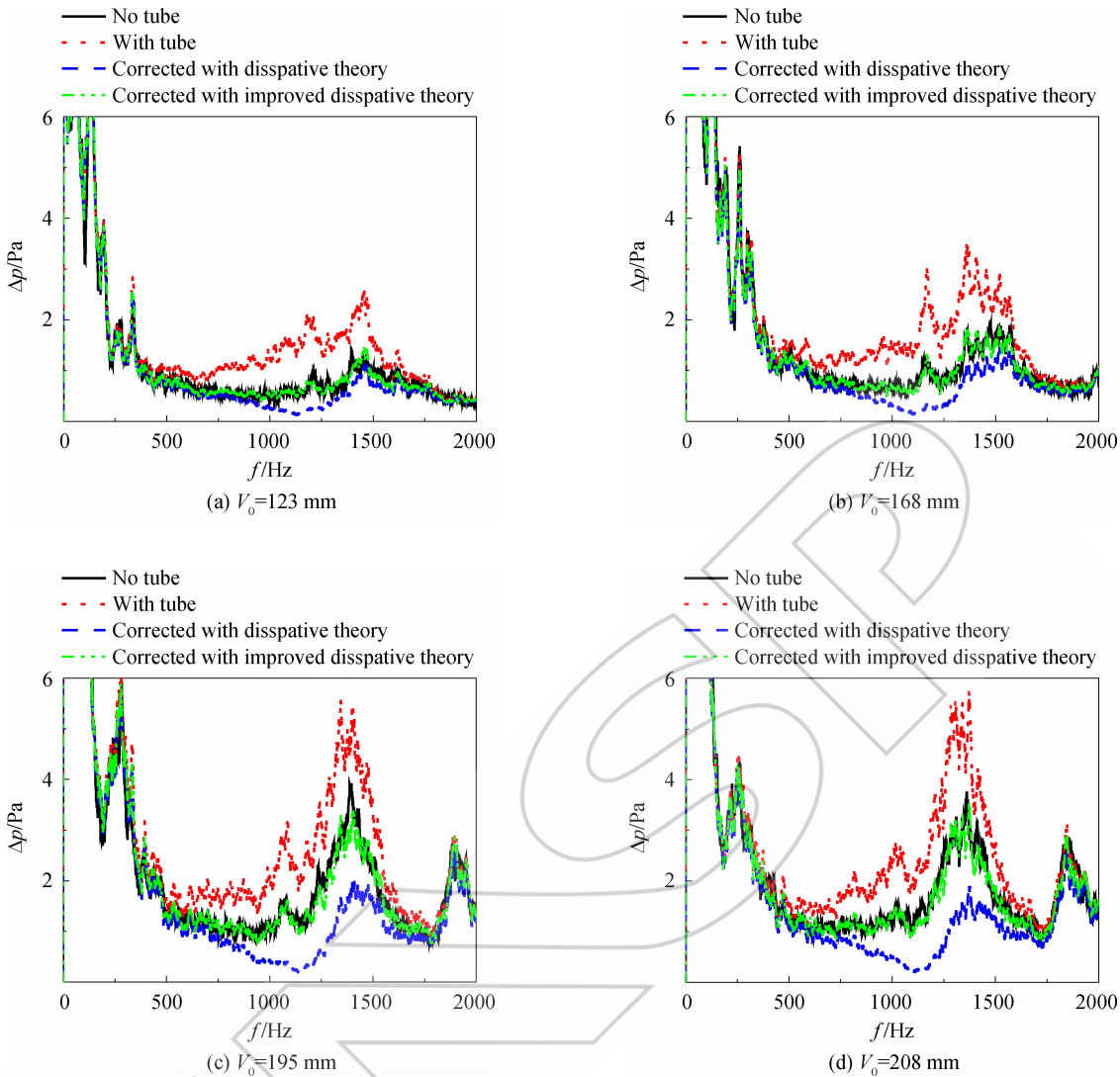


图 7 不同流速下,无管道和带管道测量结果以及耗散模型与修正耗散模型修正结果

Fig. 7 Results of fluctuation pressure for the measuring with tube and without tube, and the results corrected by dissipative theory and the improved dissipative theory under different velocity

可以对不同来流速度以及不同尺寸条件下的管道效应进行精确修正。

3 结 论

本文基于二维柱坐标流体动力学方程组,根据管道内流动力学相关特性,在耗散模型推导的基础上,针对管道输入端边界条件,提出了修正耗散模型。通过耗散模型和修正耗散模型的理论分析结果对比以及试验验证结果对比,发现耗散模型在来流速度较大情况下,所得到的频响函数幅值在某些频域内偏大,使用耗散模型对管道影响进行修正所得到的脉动幅值在某些频域内要小于真实值。而修正耗散模型由于考虑了管道对输入端流场的影响,能够更精确地描述导压管道对动态压力脉动测量的影响。在 FL-14 风洞试验中,

模型表面风速为 145 m/s,内径为 1.6 mm、长为 7 mm 的管道间接测量动态压力时,使用耗散模型修正后的动态压力在频率 1 000 Hz 时的相对误差高达 53.4%,而使用修正耗散模型修正后的相对误差仅仅为 6.6%。修正耗散模型经过试验标定和检验后,可以对不同来流速度以及不同尺寸条件下的管道效应进行精确修正,能够大幅度提高动态压力测量结果的精确性。

参考文献:

[1] BERGH H, TIJDEMAN H. Theoretical and experimental results for the dynamic response of pressure measuring systems[R]. Amsterdam, The Kingdom of the Netherlands; National Aero and Astronautic Research Institute, 1965.

[2] IRWIN H, COOPER K R, GIRARD R. Correction of dis-

- tortion effects caused by tubing systems in measurements of fluctuating pressures[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1979, 5(1/2): 93-107.
- [3] TIJDEMAN H, BERGH H. The influence of the main flow on the transfer function of tube-transducer systems used for unsteady pressure measurements[R]. NLR-MP-72023-U, 1972.
- [4] GUMLEY S J. Tubing systems for pneumatic averaging of fluctuating pressures[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1983, 12(2): 189-228.
- [5] GUMLEY S J. A detailed design method for pneumatic tubing systems[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1983, 13(1/2/3): 441-452.
- [6] HOLMES J D, LEWIS R E. Optimization of dynamic-pressure-measurement systems; Part I single point measurements[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1987, 25(3): 249-273.
- [7] HOLMES J D, LEWIS R E. Optimization of dynamic-pressure-measurement systems; Part II parallel tube-manifold systems[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1987, 25(3): 275-290.
- [8] HOLMES J D. Effect of frequency response on peak pressure measurements[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1984, 17(1): 1-9.
- [9] GERSTOFT P, HANSEN S O. New tubing system for the measurement of fluctuating pressure[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1984, 25(3): 335-354.
- [10] YOSHIDA A, KONDO K, SUZUKI M. Fluctuating wind pressure measured with tubing system[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1992, 42(1/2/3): 987-998.
- [11] YOSHIDA A, TAMURA Y, KURITA T. Effects of bends in a tubing system for pressure measurement[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2001, 89(14/15): 1701-1716.
- [12] 苏尔皇. 管道动态分析及液流数值计算方法[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1985.
- [13] 蔡亦钢. 流体传输管道动力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1990.
- [14] 谢壮宁, 倪振华, 石碧青. 脉动风压测压管路系统的动态特性分析[J]. *应用力学学报*, 2002, 19(1): 5-9.
- XIE Zhuangning, NI Zhenhua, SHI Biqing. Dynamic characteristics of tubing systems for fluctuating wind pressure measurements[J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2002, 19(1): 5-9. (in Chinese)
- [15] 谢壮宁, 顾明, 倪振华. 复杂测压管路系统动态特性的通用分析程序[J]. *同济大学学报*, 2003, 31(6): 702-708.
- XIE Zhuangning, GU Ming, NI Zhenhua. Optimal design for simultaneous wind pressure measurements[J]. *Journal of Tongji University*, 2003, 31(6): 702-708. (in Chinese)
- [16] 周晖毅, 顾明. 单通道测压管路系统的优化设计[J]. *同济大学学报*, 2003, 31(7): 798-802.
- ZHOU Xuanyi, GU Ming. Optimization of dynamic pressure measurement of single channel tubing systems[J]. *Journal of Tongji University*, 2003, 31(7): 798-802. (in Chinese)
- [17] 马文勇, 刘庆宽, 刘小兵, 等. 风洞试验中测压管路信号畸变及修正研究[J]. *实验流体力学*, 2013, 27(4): 71-76.
- MA Wenyong, LIU Qingkuan, LIU Xiaobing, et al. Study on correction and distortion effects caused by tubing systems of pressure measurements in wind tunnel[J]. *Journal of Experiments in Fluid Mechanics*, 2013, 27(4): 71-76. (in Chinese)
- [18] WANG Xue, WANG Xunnian, REN Xiaobo, et al. Effect of tube system and data correction for fluctuation pressure test in wind tunnel[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2018, 31(4): 698-710.
- [19] 黄勇, 胡卜元, 张卫国, 等. 8米×6米风洞 TPS 反推力试验技术[J]. *空气动力学学报*, 2016, 34(3): 346-353.
- HUANG Yong, HU Buyuan, ZHANG Weiguo, et al. Reverse thrust testing technique in the 8 m×6 m low speed wind tunnel of CARD C[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2016, 34(3): 346-353. (in Chinese)
- [20] 章荣平, 王勋年, 黄勇. 发动机动力模拟风洞试验中的空气桥技术[J]. *航空动力学报*, 2015, 30(4): 910-915.
- ZHANG Rongping, WANG Xunnian, HUANG Yong. Air bridge technology for engine power simulation test in wind tunnel[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2015, 30(4): 910-915. (in Chinese)

(编辑: 张 雪)